SUJET NATIONAL – BAC ES - 2004

Enseignement obligatoire et de spécialité, juin 2004

Coefficient 5 ou 7, 3 heures

- QCM CONFORME au BAC REFORME 2004 -

A) CORRIGE - EXERCICE 1 - OBLIGATOIRE : (sur 5 points) (pour tous les candidats)

QUESTIONS	RÉPONSES
Pour les trois premières questions, A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire.	
1) Si B est l'événement contraire de A, alors	• $p(A) = 1 + p(B)$ • $p(A) = 1 - p(B)$ • $p(A) = p(B)$
2) Si A et B sont deux événements indépendants et $p(A) \neq 0$, alors	• $A \cap B = \varnothing$ • $p(A \cup B) = p(A) . p(B)$ • $p_A(B) = p(B)$
3) Si A et B sont deux événements incompatibles, alors	• $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ • $p(A) = 1 - p(B)$ • $p(A \cap B) = 1$
4) Soit a un nombre réel strictement positif. $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(-ax+5) =$	• $-\infty$ • 0 • $+\infty$
5) La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	• une asymptote verticale • une asymptote horizontale • une tangente horizontale
6) $e^{\ln x} = x$ pour tout x appartenant à	• R • $]0 ; +\infty[$ • $[0 ; +\infty[$
7) Soit un réel a. $\ln(e^a) - 2e + \ln(1) =$	• $e^a - 2e + e$ • $e^a - 2e$ • $a - 2e$
8) Soient a et b des réels strictement positifs, $e^{\ln a} + e^{-\ln b} =$	• $-ab$ • $a - b$ • $\frac{ab+1}{b}$
9) Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0 ; +\infty[$ est :	• $x \to \frac{1}{\ln(x)}$ • $x \to x.\ln(x) - x + 3$ • $x \to \ln(\frac{1}{x}) - 2$
10) Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1 - x) > 1$ est équivalent à :	• $x < 1$ • $x < 1 - e$ • $x > e$

B) COORECTION - EXERCICE 2 - OBLIGATOIRE : *(sur 5 points)* *(pour tous les candidats NON spécialistes)*

1) a) Soit le point Q (2 ; 5). On vérifie que : $y_Q = \frac{5}{2} \times 2 = 5$ donc $Q \in \Delta$

• De plus, on constate que : $f(2) = (4 + 1).e^0 = 5$ donc $Q \in \Gamma$
• Enfin $f(0) = e^2$ donc le point R $(0 ; e^2)$ est le point d'intersection de Γ et de l'axe des ordonnées.
On note ceci ainsi : $\{ R \} = \Gamma \cap \Delta$

1) b) Aire du triangle OPQ :
• l'aire du triangle OPQ = $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{1}{2} \times OP \times OQ = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$ u.a *(unité d'aire)*
• l'aire du triangle OQR = $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{1}{2} \times OR \times OQ = \frac{1}{2} \times e^2 \times 2 = e^2$ u.a *(unité d'aire)*
• On en déduit qu : $5 < \mathcal{A} < e^2$ en unité d'aire car : $AIRE_{OPQ} < \mathcal{A} < AIRE_{OQR}$
2) a) l'aire cherchée est comprise entre les 2 triangles ci-dessus.
On a donc : $A = \int_0^2 f(x).dx - \int_0^2 \frac{5}{2} x.dx = \int_0^2 f(x) - \frac{5}{2} x.dx$

2) b) On sait que : $G(x) = (-x^2 - 2x - 3)e^{-x+2}$ qui se présente sous la forme : u.v
avec : $u(x) = (-x^2 - 2x - 3)$ soit $u'(x) = -2x - 2$
et $v(x) = e^{-x+2}$ soit $v'(x) = e^{-x+2}$
et $G' = u'.v + u.v'$

• On a donc : $G'(x) = (-2x - 2)e^{-x+2} - (-x^2 - 2x - 3)e^{-x+2} = G'(x) = e^{-x+2}(x^2 + 1)$
• Conclusion : La fonction G est une primitive de f sur R.

2) c) On a : $A = \int_0^2 f(x).dx - \int_0^2 \frac{5}{2} x.dx = \int_0^2 f(x) - \frac{5}{2} x.dx = \left[G(x) - \frac{5}{2} x \right]_0^2$

$$A = \left[(-x^2 - 2x - 3)e^{-x+2} - \frac{5}{4} x^2 \right]_0^2 = -16 + 3e^2 \approx 6{,}17 \text{ u.a}$$ *(unité d'aire)*