

SUJET « 0 » PONDICHERY - BAC S - 2004

Enseignement obligatoire et de spécialité, juin 2003
Nouveau Programme - Réforme du BAC 2004

PROBABILITES – ARBRE de PROBABILITES – PROBAS CONDITIONNELLES – LOI BINOMIALE

B) CORRIGE de l'EXERCICE 2 : Partie Obligatoire (pour tous les candidats – 8 points)

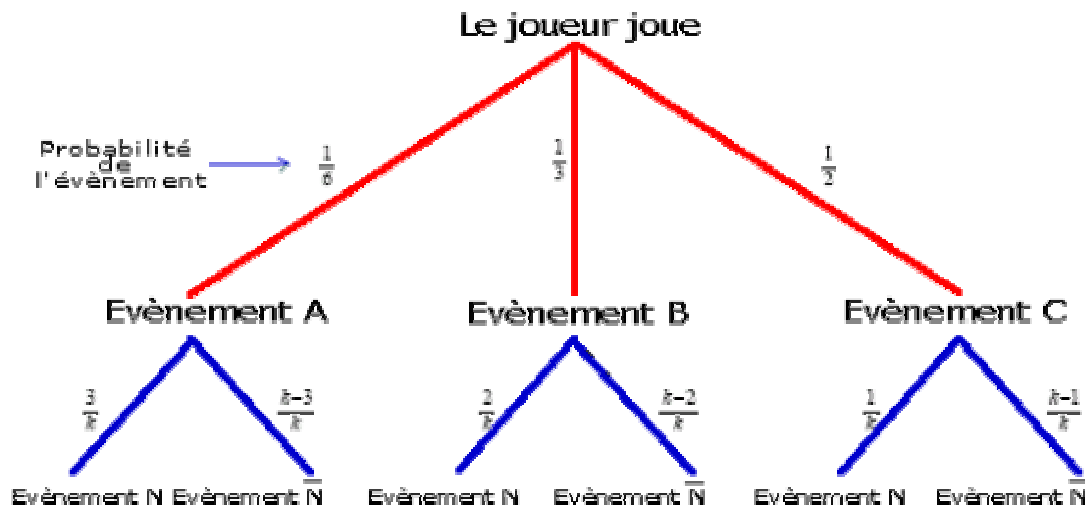
1.a) L'urne U_1 contient trois boules noires et donc $k - 3$ boules blanches.

• L'urne U_2 contient deux boules noires et donc $k - 2$ boules blanches.

• L'urne U_3 contient une boule noire et donc $k - 1$ boules blanches.

• Pour plus de clarté, nous allons dessiner un arbre de probabilités ou figure toutes les

probabilités calculées avec la formule : $p(\text{événement}) = \frac{\text{nb cas fav}}{\text{nb cas poss}}$



D'après la formule des probabilités totales, on additionne tous les parcours possibles pour arriver à l'évènement N.

$$\text{soit : } p(N) = p(N \cap A) + p(N \cap B) + p(N \cap C) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{k} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{k} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{k} = \frac{10}{6k} = \frac{5}{3k}$$

1.b) Il s'agit d'une probabilité conditionnelle qui se calcule avec la formule :

$$p(A/N) = \frac{p(N \cap A)}{p(N)} = \frac{1/2k}{5/3k} = \frac{3}{10} \quad (\text{indépendant de } k \text{ !!!})$$

1.c) On recherche le ou les entiers k pour lesquels $p(N) \geq \frac{1}{2}$

$$\text{Soit } \frac{5}{3k} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 10 \geq 3k \Leftrightarrow \frac{10}{3} \geq k \quad \text{et comme } k \text{ est un entier on en déduit que : } k \leq 3$$

Or, $k \geq 3$ donc on en déduit que forcément : $k = 3$

1.d) On cherche à résoudre l'équation : $p(N) = \frac{1}{30}$ soit $\frac{5}{3k} = \frac{1}{30}$ soit $k = 50$

2) Puisque le joueur joue 20 parties, indépendantes les unes des autres, il s'agit d'une loi binomiale de Bernouilly. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires obtenues en réalisant 20 parties indépendantes.

X admet donc les paramètres $n = 20$ et $p = \frac{1}{30}$.

La probabilité qu'il obtienne au moins une fois une boule noire est donc :

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - (1 - p)^{20} = 1 - \left(\frac{29}{30}\right)^{20} = 0,492 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$