Chap : **FONCTIONS**	*Fiche n° 7*	**LIMITE - ASYMPTOTE - NOMBRE DERIVE**

1. Asymptotes à une courbe :

• Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty \to$ on a une asymptote verticale **(AV)** d'équation x = a

$\to$ Pour déterminer l'équation il faut : découper en 2 limite x$\to$ a+ et x$\to$ a-

• Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = a \to$ on a une asymptote horizontale **(AH)** d'équation y = a

$\to$ Pour déterminer l'équation il faut : découper en 2 limite x$\to$ + ∞ et x$\to$ - ∞

• Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0 \to$ on a une asymptote oblique **(AO)** d'équation y = ax+b

$\to$ Pour déterminer sa position on a : $\frac{\text{Cf}}{\text{AO}}$ si lim = 0+ $\frac{\text{AO}}{\text{Cf}}$ si lim = 0-

2. Calculs de limites - Techniques pour lever les indéterminations

• 5 formes indéterminées : • **(∞)-(∞)** • **(∞)×(0)** • $\mathbf{\frac{(\infty)}{(\infty)}}$ • $\mathbf{\frac{0}{0}}$ • $\mathbf{1^{\infty}}$

• Toutes les autres formes sont : déterminées *(se calculent avec une simplification ou une astuce)*

• Polynômes à l'infini : $\to$ mettre le $\mathbf{x^n}$ du plus haut degré en facteur ; ne garder qu'un seul terme réel.

• Fractions à l'infini : $\to$ mettre le $\mathbf{x^n}$ du plus haut degré commun Num + Dénom en facteur et simplifier.

• Racines Carrées : $\to$ multiplier les Num+Dénom par la quantité conjuguée du dénominateur.

• Th Gendarmes : $\to$ si $\forall x \in I$, $u(x) \le f(x) \le v(x)$ et $\lim\limits_{x \to a} u(x) = \lim\limits_{x \to a} v(x) = b$ alors $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$

(ce th. est valable partout a et b ∈[-∞ ;+∞] - si b=0+ et b=0- , il faut regarder la continuité !!)

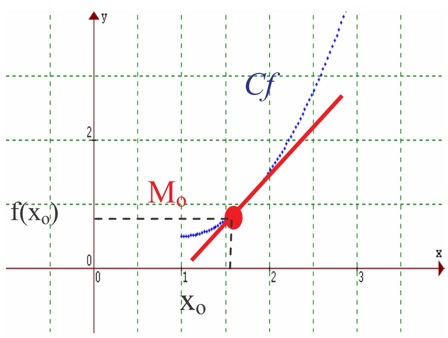
3. Nombre dérivé :

• Déf analytique : C'est un réel *(non infini)* qui est égal à :

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$ où x_0 est l'abscisse de M_0

où $h = x-x_0$. Ce réel , s'il existe, *(non infini)* est noté $f'(x_0)$

• Déf géométrique : C'est aussi le coefficient directeur de la tangente à *Cf* en x



4. Tangente à une courbe

• Déf : C'est une droite affine notée T_0 ,tangente à *Cf* en x_o *(coupe en une seul point)* qui admet pour équation l'expression affine suivante : $y = f(x_o) + f'(x_o)(x - x_o)$ où $f'(x_0)$ est le nombre dérivé de f en $x = x_0$

• Position de *Cf* et de T_0 : • Si $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) - y] > \mathbf{0}$ alors $\frac{Cf}{\tau x_o}$ • Si $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) - y] < \mathbf{0}$ alors $\frac{\tau x_o}{Cf}$