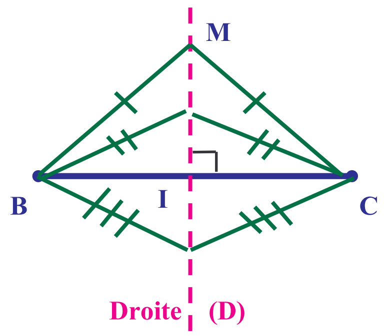
Chap : GEOMETRIE	Fiche n° 8	DROITES REMARQUABLES d'un TRIANGLE

1. MEDIATRICE d'un SEGMENT

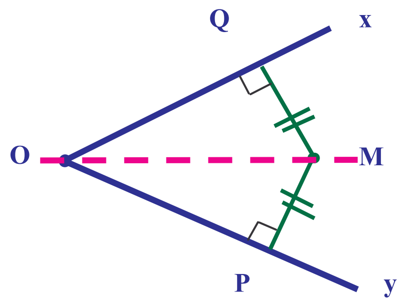


• C'est une droite qui coupe le segment en son milieu I et qui est perpendiculaire au segment [AB], c'est à dire que : $M \in \text{med}[AB] \Leftrightarrow \| \overrightarrow{MA} \| = \| \overrightarrow{MB} \|$

• Théorème : Les 3 médiatrices sont **concourantes** en un point O appelé centre du cercle circonscrit du triangle ABC *(voir schéma ci-dessous)*

• Son équation se détermine en calculant les normes « au carré » de MA et MB

2. BISSECTRICE d'un ANGLE

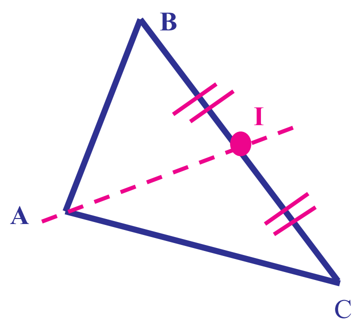


• C'est une droite qui sépare l'angle $(\widehat{yOx})$ en 2 angles égaux. Le projeté de M sur Ox est à égale distance du projeté de M sur Oy : $M \in \text{biss}(\widehat{yOx}) \Leftrightarrow \| \overrightarrow{MA} \| = \| \overrightarrow{MB} \|$

• Théorème : Les 3 bissectrices sont **concourantes** en un point I appelé centre du cercle inscrit du triangle ABC *(voir schéma ci-dessous)*

• Son équation se détermine en calculant les normes « au carré » de MQ et MP

3. MEDIANE d'un TRIANGLE



• C'est une droite qui relie le sommet A au milieu I du coté opposé.

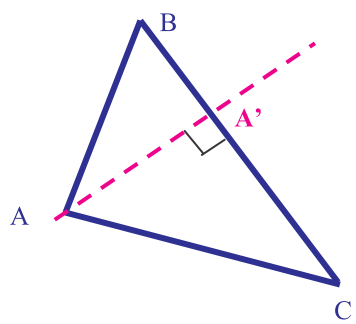
Les distance IB et IC sont égales : $\text{Aire}_{ABI} = \text{Aire}_{ACI} = \frac{1}{2}\text{Aire}_{ABC}$

• Théorème : Les 3 médianes sont **concourantes** en un point G appelé centre de gravité (ou isobarycentre) du triangle ABC *(voir schéma ci-dessous)*

De plus , $G \in m(A) \Leftrightarrow GA + GB + GC = O$ soit G placé au $\frac{2}{3}$ du sommet

• Son équation se détermine en calculant l'équation de (BC) puis en écrivant que $I \in (BC)$

4. HAUTEURS d'un TRIANGLE



• C'est une droite qui relie le sommet A et qui est perpendiculaire au coté opposé.

Le coeff.directeur (AA') × coeff.directeur (BC) = -1 : $\text{Aire}_{ABC} = \frac{1}{2} \times AA' \times BC$

• Théorème : Les 3 hauteurs sont **concourantes** en un point H appelé orthocentre du triangle ABC *(voir schéma ci-dessous)*

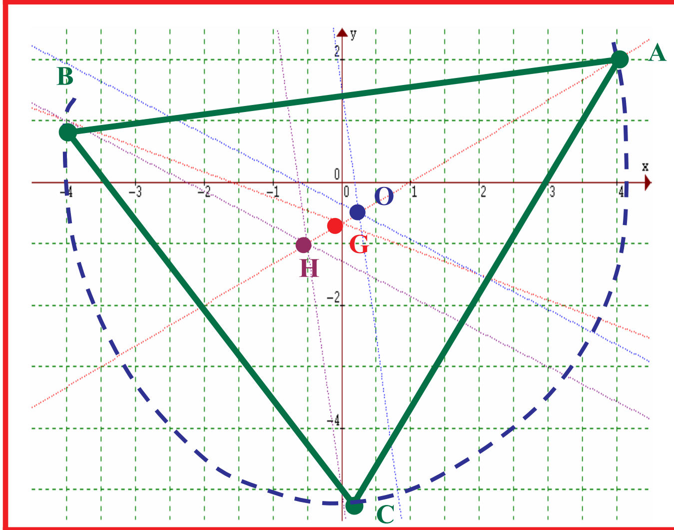
• Son équation se détermine en calculant l'intersection des équations de (BC) et de (AA')

5. REPRESENTATION des CENTRES d'un TRIANGLES

• Commentaire sur O, H et G : Les 3 points sont alignés sur une droite appelée « droite de EULER »

Ils sont disposés de la manière suivantes : $\overrightarrow{OH} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{GH}$ ou $\overrightarrow{OH} = 3.\overrightarrow{OG}$

Droites Remarquables du Triangle



• les médianes *(en rouge)* :
• les médiatrices *(en bleu)* :
• les hauteurs *(en mauve)* :

6. CAS PARTICULIER du CERCLE INSCRIT

• Le cercle inscrit dans le triangle ABC, de centre I est : l'intersection des bissectrices

• Son équation se détermine en calculant les équations des droites « rayons » perpendiculaires aux cotés AB , AC et BC.