

1. ENSEMBLE de NOMBRES

• Déf : On définit 6 grands ensembles de nombres et on les classe par ordre croissant de taille :

→ \mathbb{N} : ensemble des entiers naturels

$$\rightarrow \mathbb{N} = \{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 \dots +\infty \}$$

→ \mathbb{Z} : ensemble des entiers quelconques

$$\rightarrow \mathbb{Z} = \{ -\infty \dots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 \dots +\infty \}$$

→ \mathbb{D} : ensemble des décimaux quelconques

$$\rightarrow \mathbb{D} = \{ -\infty \dots ; -2,3 ; -2,0 ; -1 ; 0 ; 2,5 ; 3 \dots +\infty \} \text{ (pas } \pi \text{)}$$

→ \mathbb{Q} : ensemble des rationnels quelconques

$$\rightarrow \mathbb{Q} = \{ -\infty \dots ; \frac{-2}{3} ; \frac{-2}{1} ; -\frac{1}{3} ; 0 ; \frac{2}{5} ; \frac{3}{1} \dots +\infty \}$$

→ \mathbb{R} : ensemble des réels quelconques

$$\rightarrow \text{Inclusion} : \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{D} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \text{ (y compris } \pi ; \sqrt{3} ; e \dots \text{)}$$

→ \mathbb{C} : ensemble des nombres complexes

$$\rightarrow \mathbb{C} = \mathbb{R} \cup \{ i \} \text{ (avec } i^2 = -1 \text{)}$$

2. NOMBRES PREMIERS

• Déf : Ce sont les nombres de l'ensemble \mathbb{N} qui n'admettent que 2 diviseurs : 1 et eux-mêmes. • Exemple : 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc

→ Que dire de 1 ? : non premier car n'admet qu'un seul diviseur qui est 1 (contredit la définition)

→ Que dire de 0 ? : non premier car il admet une infinité de diviseurs (0 est divisible par tout le monde)

3. CALCULS et OPERATIONS sur une FRACTION

• Déf : Simplifier une fraction consiste à : écriture le numérateur et le dénominateur sous forme de PRODUIT de facteurs premiers et simplifier les facteurs identiques du numérateur et du dénominateur

• Exemple : $\frac{168}{90} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 5 \times 3 \times 3} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{2} \times 5 \times \cancel{3} \times 3} = \frac{4 \times 7}{5 \times 3} = \frac{28}{15}$

• On l'appelle : fraction irréductible

• Addition de fractions : on applique la méthode suivante : $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \times D + B \times C}{B \times D}$

→ Exemple : $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4 \times 1 + 2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{4 + 6}{8} = \frac{10}{8} = \frac{2 \times 5}{2 \times 4} = \frac{5}{4}$

• Soustractions de fractions : on applique la méthode suivante : $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A \times D - B \times C}{B \times D}$

→ Exemple : $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{4 \times 1 - 2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{4 - 6}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$

• Multiplication de fractions : on applique la méthode suivante : $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$

→ Exemple : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ (directement !)

• Division de fractions : on applique la méthode suivante : $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A \times D}{B \times C}$

→ Exemple : $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{4 \times 1}{2 \times 3} = \frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$

4. PUISSANCE d'un NOMBRE

• Déf : On dit que le nombre A est élevé à la puissance B pour dire que : $\left\{ \begin{array}{l} 1) A \text{ est un réel, } B \text{ est un entier} \\ 2) A^B = \underbrace{A \times A \times A \times A \dots \dots A \times A \times A}_{B \text{ fois}} \end{array} \right.$

• Formules de calculs sur les puissances : ($a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{Z}$; $p \in \mathbb{Z}$)

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$ • $a^n + a^p = \text{Rien}$ • $a^n - a^p = \text{Rien}$ • $a^n \div a^p = \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $a^{-n} = 1 / a^n$ • $a^n \times b^p = \text{Rien}$ • $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ • $a^n \div b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^n)^p = a^{n \times p}$ • $a^n + b^n = \text{Rien}$ • $a^n - b^n = \text{Rien}$

5. RACINE CARREE d'un NOMBRE

• Déf : On dit que le nombre A admet une racine carrée pour dire que : $\left\{ \begin{array}{l} 1) A \text{ est un réel positif} \\ 2) \sqrt{A} \text{ est telle que } (\sqrt{A})^2 = A \end{array} \right.$

• Formules de calculs sur les puissances : ($a \in \mathbb{R}$; $b \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{Z}$; $p \in \mathbb{Z}$)

- $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$ • $\sqrt{a^2 + b^2} = \text{Rien}$ • $\sqrt{a^2 - b^2} = \text{Rien}$ • $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt{a^{-n}} = 1 / \sqrt{a^n}$ • $\sqrt{a^n \times b^p} = \sqrt{a^n} \times \sqrt{b^p}$ • $\sqrt{a^n \times b^n} = \sqrt{a \times b}^n$ • $\sqrt{a^n \div b^n} = \left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^n$