Chap : **GEOMETRIE**	**4^{eme}/ 3^{eme} Collège**	**TRIGONOMETRIE dans un TRIANGLE RECTANGLE**

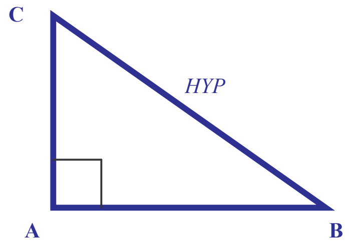
1. Vocabulaire utilisé en trigonométrie

ON TRAVAILLE TOUJOURS DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

On considère un triangle rectangle ABC avec ses 3 angles : $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAB}$

- Le segment [BC] est appelé : « .... »

  (il est toujours en face l'angle droit)



- Le segment [AB] est appelé :

  « coté .... à l'angle $\widehat{ABC}$» ou

  « coté .... à l'angle $\widehat{ACB}$»

- Le segment [AC] est appelé :

  « coté .... à l'angle $\widehat{ACB}$» ou

  « coté .... à l'angle $\widehat{ABC}$»

2. Formules de trigonométrie – Utilisation de ces formules

2.1) Formule fondamentales

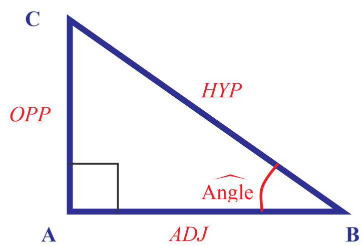
- En trigonométrie, il existe des centaines de formules, toutes établies à partir de 3 formules particulières appelées « .... »

Ces 3 formules sont :

a) sin ($\widehat{Angle}$) = $\frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$

b) cos ($\widehat{Angle}$) = $\frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$

c) tan ($\widehat{Angle}$) = $\frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$



- Exemple :

$\sin(\widehat{C}) = \frac{opp}{hyp} = \frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$ $\quad$ $\sin(\widehat{B}) = \frac{opp}{hyp} = \frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$

$\cos(\widehat{C}) = \frac{adj}{hyp} = \frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$ $\quad$ $\sin(\widehat{B}) = \frac{opp}{hyp} = \frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$

$\tan(\widehat{C}) = \frac{opp}{adj} = \frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$ $\quad$ $\tan(\widehat{B}) = \frac{opp}{adj} = \frac{\text{........................}}{\text{..............................}}$

- Remarque : dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle est égal au .... de l'autre angle.

- Remarque : puisque BC > AB, alors $\frac{AB}{CB}$ < .... donc sin ($\widehat{C}$) < ....

  puisque AC > AB, alors $\frac{AC}{CB}$ < .... donc cos ($\widehat{C}$) < ....

- Conclusion : pour tous les angles, les valeurs de cosinus et sinus sont comprises entre ....

2.2) Utilisation de la machine en trigonométrie ?

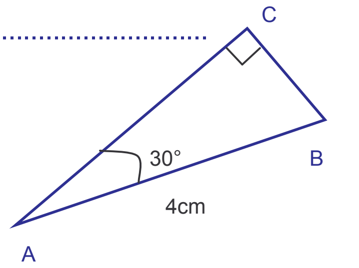
a) tous les calculs se passent en mode ....

b) les valeurs de sinus et cosinus sont comprises entre [....... ; ....]

• Valeurs remarquables en trigonométrie

Angle $\hat{x}$	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin(\hat{x})$	......	$\frac{1}{2}$ = ...	$\frac{\sqrt{2}}{2} \simeq$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \simeq$	....	....
$\cos(\hat{x})$	......	$\frac{\sqrt{3}}{2} \simeq$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \simeq$	$\frac{1}{2}$ = ...	....	....
$\tan(\hat{x})$	......	$\frac{1}{\sqrt{3}} \simeq$	....	$\sqrt{3} \simeq$	....	....

2.3) Comment calculer la longueur d'un coté avec la trigonométrie ?



• Les formules de trigonométrie servent à calculer des ....

• On utilise la méthode suivante :

a) on identifie les cotés que l'on cherche et que l'on connaît

b) on écrit les formules correspondant aux 2 cotés

c) on résout l'équation issue de la formule de trigonométrie

• Exemple : Calculer CB et AC

a) on identifie : [BC] est le coté .... à 30°

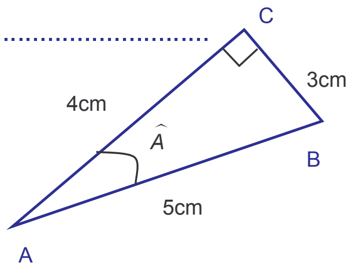
[AB] est .... = 4cm

[AC] est le coté .... à 30°

b) On a : $\cos(30°) = \frac{adj}{hyp}$ = ... d'où AC = ... = 3,46cm

c) On a : $\sin(30°) = \frac{opp}{hyp}$ = ... d'où BC = ... = 2cm

2.4) Comment calculer la valeur d'un angle avec la trigonométrie ?



• Les formules inverses de trigonométrie servent à calculer ....

• On utilise la méthode suivante :

a) on identifie les cotés que l'on cherche et que l'on connaît

b) on écrit les formules correspondant aux 2 cotés

c) on utilise les touches $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ en DEG

• Exemple : Calculer $\hat{A}$ et $\hat{B}$

a) on identifie : [BC] est le coté .... à $\hat{A}$

[AB] est ....

[AC] est le coté .... à $\hat{A}$

b) On a : $\tan(\hat{A}) = \frac{opp}{adj}$ = ... d'où $\hat{A}$ = ... $\simeq$ 36,9°

c) On a : $\sin(\hat{B}) = \frac{opp}{hyp}$ = ... d'où $\hat{B}$ = ...$\simeq$53,1°

• *Remarque : on vérifier que 53,1°+36,9°+90° = 180° comme tout triangle*

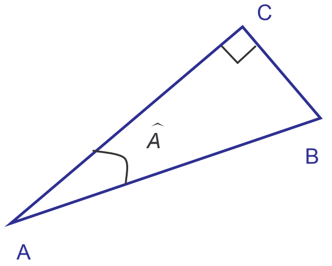
3. Relations entre les formules de trigonométrie

3.1) Moyens mémotechniques

• SIN = $\frac{\text{OPP}}{\text{HYP}}$ donne : SOH • COS = $\frac{\text{ADJ}}{\text{HYP}}$ donne : CAH • TAN = $\frac{\text{OPP}}{\text{ADJ}}$ donne : TOA

• Conclusion : S O H C A H T O A

3.2) Relation SIN / COS / TAN



• On a : • $\sin(\widehat{A}) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ = ...

• $\cos(\widehat{A}) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ = ...

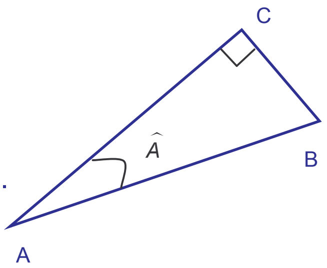
• $\tan(\widehat{A}) = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$ = ...

• On a : $\frac{CB}{AB} \div \frac{AC}{AB} = \frac{CB}{AB} \times \frac{AB}{AC} = \frac{CB}{AC}$ soit

.... ÷ .... = ...

Pour tout angle $\widehat{A}$, $\tan(\widehat{A}) = \frac{\text{...................}}{\text{...................}}$

3.3) Relation de Pythagore en trigonométrie



• Le triangle ABC etant rectangle en C, on peut écrire
$AB^2 = AC^2 + BC^2$

• De plus : $\sin(\widehat{A}) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ = ... soit $\sin^2(\widehat{A})$ = ...

• De plus : $\cos(\widehat{A}) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ = ... soit $\cos^2(\widehat{A})$ = ...

• On a : $\sin^2(\widehat{A}) + \cos^2(\widehat{A}) = \frac{CB^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{AC^2+CB^2}{AB^2}$ = ...

• Conclusion : Pour tout angle $\widehat{A}$, ... + ...= 1